

# ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ БИНС В УСЛОВИЯХ ВЫСОКИХ ШИРОТ С УЧЕТОМ ПОГРЕШНОСТЕЙ РЕАЛЬНЫХ ДАТЧИКОВ\*

Ю. Н. Коркишко<sup>1</sup>, В. А. Федоров<sup>2</sup>, В. Е. Прилуцкий<sup>3</sup>,  
ООО НПК «Оптолинк», Российская Федерация, 124498, Москва, Зеленоград, пр. 4806, д. 5  
тел. (+7495)5369953, факс (+7495)5369934, E-mail: opto@optolink.ru

П. К. Плотников<sup>4</sup>, А. В. Михеев<sup>5</sup>, С. Г. Наумов<sup>6</sup>  
Саратовский государственный технический университет, Россия,  
410054 г. Саратов, ул. Политехническая, 77. Тел. (+78452)799174, E-mail: pribor@sstu.ru

## Аннотация

**Ключевые слова:** углы Эйлера-Крылова, кватернионы, особые точки, вариация Аллана, шумы датчиков

Предлагается алгоритм функционирования БИНС на основе переключаемых алгоритмов в углах Эйлера-Крылова и кватернионах для работы на подвижных объектах (ПО) в условиях высоких широт и больших величин углов тангажа. Рассмотрены варианты движения объекта через Северный полюс, а также при выполнении мертвый петли. Приведены результаты моделирования как идеальной работы системы, так и с учетом погрешностей реальных датчиков.

**Постановка задачи.** Использование для работы БИНС классических параметров ориентации, таких, как, например, углы Эйлера-Крылова, продиктовано наличием у них таких преимуществ, как наглядная геометрическая интерпретация и простота построенных на их основе дифференциальных уравнений, что обуславливает снижение вычислительной нагрузки на бортовой вычислитель и достаточно высокую точность решения задач ориентации и навигации. Однако уравнения на основе углов Эйлера-Крылова имеют недостатки, связанные с ограниченным диапазоном измеряемых углов. При определенных значениях угла тангажа кинематические уравнения вырождаются, что приводит к сбоям системы навигации. Такие же проблемы возникают при работе БИНС в высоких широтах.

**Решение задачи.** Работа БИНС, основанной на кинематических уравнениях в углах Эйлера-Крылова, имеет ряд ограничений, связанных с диапазоном измеряемых углов, поскольку система имеет особые точки (тангаж  $\pm 90^\circ$ , широта  $87^\circ < \phi, -87^\circ > \phi$ ), в которых кинематические уравнения в углах Эйлера-Крылова вырождаются, что следует, например, из уравнений [1, 2]:

$$\dot{\gamma} = \left[ \left( \omega_{\eta_1} + \omega_{\eta_1}^k \right) \cos \psi - \left( \omega_{\eta_3} + \omega_{\eta_3}^k \right) \sin \psi \right] \cos^{-1} 0 ; \quad (1)$$

$$\dot{\lambda} = - \frac{\omega_{\zeta_1}^k}{\cos \phi} - U , \quad (2)$$

где  $\phi, \lambda$  – оценки углов географических широты и долготы;  $\psi, \theta, \gamma$  – оценки углов ориентации;  $\omega_{\eta_1}, \omega_{\eta_3}$  – абсолютные угловые скорости объекта, спроектированные на оси горизонтной системы координат, свободной в азимуте,  $\omega_{\eta_1}^k, \omega_{\eta_3}^k$  – угловые скорости коррекции в осях свободной в азимуте системы координат,  $\omega_{\zeta_1}^k$  – угловая скорость коррекции в осях географической системы координат [2],  $U$  – угловая скорость вращения Земли.

Одновременно с этим, дифференциальные уравнения в углах Эйлера-Крылова дают более высокую точность, имеющую место при небольших величинах углов тангажа и в условиях низких широт. В то же время кватернионные алгоритмы не имеют особых точек (не вырождаются для любых положений ПО в пространстве) и практически не содержат тригонометрических функций. Поэтому для решения задач ориентации и навигации для ПО, совершающих движение в области высоких широт, или сложные маневры по углу тангажа, целесообразно применять переключение между алгоритмами в углах Эйлера-Крылова и кватернионными.

\* Д.Ф.-М.Н., профессор, ген. директор ООО НПК «Оптолинк».

<sup>2</sup> Д.Ф.-М.Н., профессор, техн. директор ООО НПК «Оптолинк».

<sup>3</sup> Директор Саратовского отделения ООО НПК «Оптолинк».

<sup>4</sup> Д.Т.Н. профессор, зав. кафедрой приборостроения СГТУ.

<sup>5</sup> Ассистент кафедры приборостроения СГТУ.

<sup>6</sup> Аспирант кафедры приборостроения СГТУ.

В кинематические уравнения, относенные к горизонтальному свободному в азимуте трехграннику, введены корректирующие члены позиционно-интегральной горизонтальной коррекции от сигналов измерителей кажущихся ускорений. При начальной выставке используется режим радиально-позиционной горизонтальной коррекции, и только интегральная коррекция с периодом Шулера – в рабочем режиме. Предусмотрены условия переключения алгоритмов с кинематических уравнений Эйлера на кватернионные, и наоборот.

Для проверки этих условий, наряду с обычными, рассматриваются особые режимы движения ПО прохождение северного и южного полюсов, а также выполнение ПО мертвую петли. В этих условиях система переводится на вычисление кватернионов с возможностью пересчета в углы Эйлера-Крылова:

$$\psi = \operatorname{arctg}\left(\frac{2(v_0v_2 - v_1v_3)}{v_0^2 + v_1^2 - v_2^2 - v_3^2}\right), \theta = \arcsin\left(2(v_1v_2 + v_0v_3)\right), \gamma = \operatorname{arctg}\left(\frac{2(v_0v_1 - v_2v_3)}{v_0^2 + v_2^2 - v_1^2 - v_3^2}\right); \quad (3)$$

$$\phi = \arcsin(2(\epsilon_1\epsilon_2 - \epsilon_0\epsilon_3)); \lambda = \arcsin(-2(\epsilon_2\epsilon_3 - \epsilon_0\epsilon_1)) - Ut,$$

где  $v_0 \dots v_3$  – кватернионы ориентации;  $\epsilon_0 \dots \epsilon_3$  – кватернионы навигации.

Для обеспечения адекватности проводимого математического моделирования и работы реальной БИНС использовалась методика учета погрешностей реальных датчиков, описанная в [1]. Подтверждение работоспособности предложенной схемы переключения проводилось путем математического моделирования по алгоритмам идеальной работы БИНС, т.е. когда погрешности датчиков первичной информации (ДПИ) отсутствовали. Для этого были рассмотрены следующие случаи движения ПО. В первом случае объект, подвергаясь воздействию качки по курсу, тангажу и крену, перемещался в северном направлении и пересекал полюс. На широте  $87^\circ$  происходило переключение алгоритмов в виде уравнений Эйлера [2, 3] на кватернионные [4], а по выходе объекта из области высоких широт происходило обратное переключение. Дополнительно для снижения погрешности по углу рыскания, в области широт после  $89^\circ$  в кватернионных алгоритмах задано переключение вертикальной коррекции:

$$\omega_{\zeta_2}^k = \begin{cases} \omega_{\zeta_1}^k \frac{2(\epsilon_1\epsilon_2 - \epsilon_0\epsilon_3)}{\sqrt{1 - 4(\epsilon_1\epsilon_2 - \epsilon_0\epsilon_3)^2}}, & \phi \leq 89^\circ; \\ -2U(\epsilon_1\epsilon_2 - \epsilon_0\epsilon_3) - \frac{v_{\zeta_3}}{R} \frac{2(\epsilon_1\epsilon_2 - \epsilon_0\epsilon_3)}{\sqrt{1 - 4(\epsilon_1\epsilon_2 - \epsilon_0\epsilon_3)^2}}, & \phi > 89^\circ, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\omega_{\zeta_2}^k$  – вертикальная угловая скорость коррекции в осях географической системы координат;  $v_{\zeta_3}$  – оценка восточной составляющей относительной скорости движения ПО (при моделировании рассматривается случай, когда  $v_{\zeta_3} = 0$ ),  $R$  – радиус Земли.

Во втором случае ПО совершил эволюцию по тангажу от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ , тем самым описывая мертвую петлю. При превышении угла тангажа  $\pm 30^\circ$  происходило переключение на кватернионные алгоритмы.

При моделировании использовался численный алгоритм интегрирования Рунге-Кутта 4(5) порядка [5] с изменяемым шагом интегрирования с максимальным значением 0,01 с. Для режима гирокомпасирования введена компенсация поворотных ускорений и скоростной погрешности. Модель Земли принята в виде сферы. В начале моделирования ( $t < 500$  с) производилась начальная выставка на неподвижном относительно Земли ПО (рис. 1). Затем с момента времени  $t=1000$  с и до конца моделирования включалась качка объекта по каналам курса  $\Psi$ , тангажа  $\theta$  и крена  $\gamma$  [1]. Также для ПО задавалось равноускоренное движение вдоль оси  $\zeta_1$  с последующим движением с постоянной скоростью 1000 км/ч. Время работы БИНС  $1,4 \cdot 10^4$  с.

На рис. 1 представлены графики погрешностей определения углов ориентации ПО, а также координат места с помощью БИНС при работе ее по идеальным алгоритмам. Как видно из графиков, погрешности по углам тангажа и крена незначительно накапливаются и к моменту времени  $t=1,4 \cdot 10^4$  с достигают значений  $\Delta\theta=6 \cdot 10^{-9}$ °;  $\Delta\gamma=8 \cdot 10^{-10}$ °; по углу курса нарастание погрешности происходило сильнее и составило  $\Delta\Psi=2,5 \cdot 10^{-9}$ °. На графике виден момент переключения вертикальной коррекции ( $\sim 10^4$  с). Погрешности определения координат на момент завершения движения  $\Delta\zeta_1=2 \cdot 10^{-5}$  м;  $\Delta\zeta_3=1,2 \cdot 10^{-4}$  м. При выполнении мертвой петли (рис. 2) погрешности составили следующие величины. По углам тангажа и крена  $\Delta\theta=0,4 \cdot 10^{-7}$ °;  $\Delta\gamma=1,1 \cdot 10^{-7}$ °; по углу курса  $\Delta\Psi=1,5 \cdot 10^{-7}$ °; погрешности определения координат  $\Delta\zeta_1=4 \cdot 10^{-5}$  м;  $\Delta\zeta_3=1,2 \cdot 10^{-5}$  м.

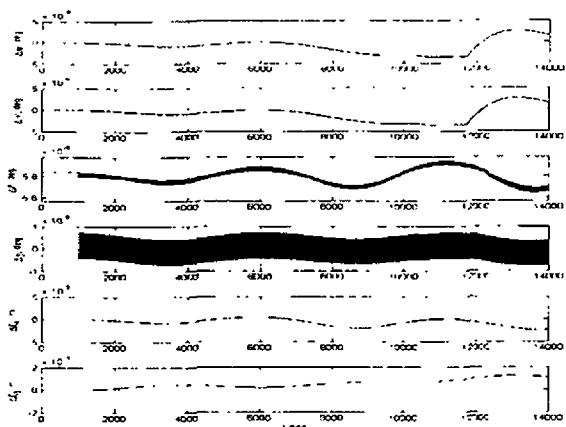


Рис. 1. Погрешности идеальных алгоритмов БИНС при прохождении ПО северного полюса

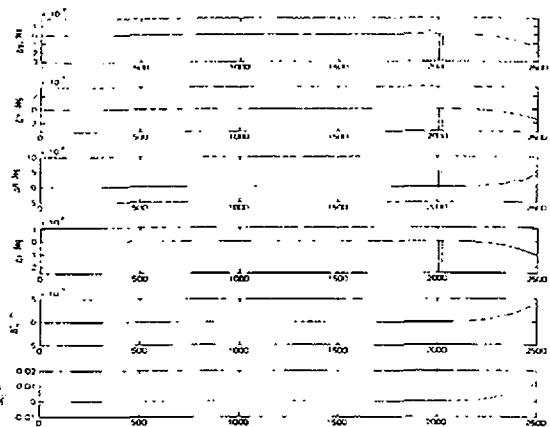


Рис. 2. Погрешности идеальных алгоритмов БИНС при выполнении мертвого петли

Математическое моделирование работы БИНС на основе реальных датчиков проводилось с учетом их погрешностей в виде дрейфов гироскопов, сдвигов нулей акселерометров, погрешностей масштабных коэффициентов, их нелинейности и асимметрии, а также шумов выходных сигналов. Значения погрешностей датчиков определялись по записям действующих приборов (ПНСК 40-018, ООО ИПК «Оптолиник» и акселерометров АКП-2, НЦДАП). Для получения шумовых характеристик ДПИ производилась обработка их сигналов и вычислялись коэффициенты вариации Аллана ( $N$ ,  $B$ ,  $K$ ,  $q_a$ ,  $t_c$ ) (рис. 3). Затем вычисленные параметры использовались для формирования шумовых погрешностей сигналов датчиков БИНС (рис. 4, моделируемые и реальные шумы практически совпадают) при математическом моделировании.

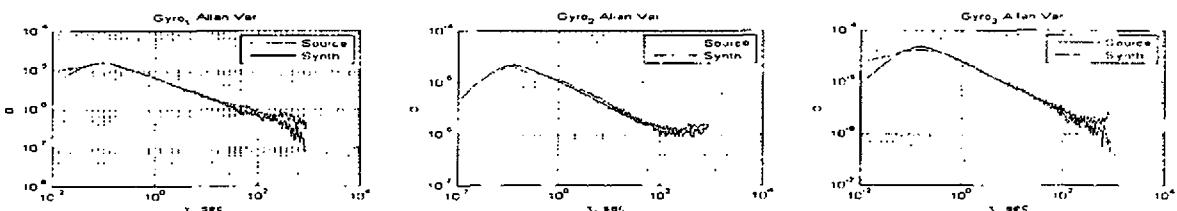


Рис. 3. Графики вариаций Аллана исходных и синтезированных сигналов гироскопов

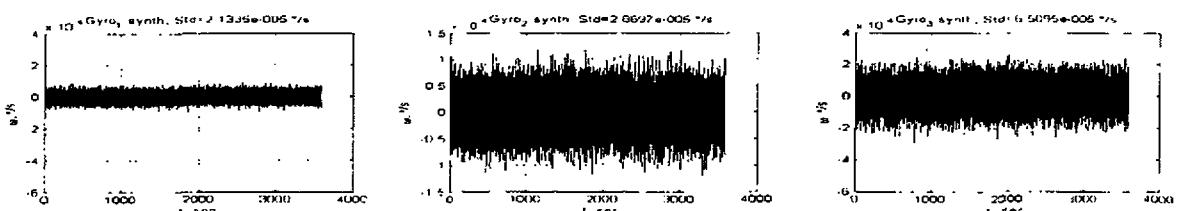


Рис. 4. Графики синтезированных сигналов гироскопов

Были учтены следующие погрешности ДПИ: систематические составляющие угловых скоростей дрейфов ВОГ,  $\Delta\omega_i = 0,005$  ( $i=1,2,3$ ) °/час; погрешности масштабных коэффициентов ВОГ,  $\delta\omega_i = 0,8 \cdot 10^{-4}$  ( $i=1,2,3$ ); погрешности несимметрии статических характеристик,  $A\omega_i = 0,8 \cdot 10^{-6}$  ( $i=1,2,3$ ); смещение нулей акселерометров,  $\Delta W_{xi} = 4 \cdot 10^{-4}$  м/с<sup>2</sup>; погрешности масштабных коэффициентов,  $\delta W_{xi} = 10^{-4}$  ( $i=1,2,3$ ).

Результаты математического моделирования БИНС для этих условий при прохождении ПО северного полюса приведены на рис. 5. Получены следующие величины погрешностей за время  $t=1,4 \cdot 10^4$  с:  $\Delta\psi = 0,75$  °;  $\Delta\Psi = 0,75$  °;  $\Delta\theta = 1,3 \cdot 10^{-2}$  °;  $\Delta\gamma = 4 \cdot 10^{-2}$  °;  $\Delta\xi_1 = 2,1$  км;  $\Delta\xi_2 = 16,2$  км.

Для аналогичных условий при выполнении ПО мертвой петли получены следующие результаты:

$\Delta\psi = 5 \cdot 10^{-3}$  °;  $\Delta\Psi = 5 \cdot 10^{-3}$  °;  $\Delta\theta = 5,2 \cdot 10^{-2}$  °;  $\Delta\gamma = 4 \cdot 10^{-3}$  °;  $\Delta\xi_1 = 0,63$  км;  $\Delta\xi_2 = 0,3$  км за 2500 с (время выполнения самой петли составило 30 с).

Результаты моделирования показывают, что при переключении алгоритмов расчета параметров ориентации с дифференциальных кинематических уравнений Эйлера-Крылова на кватернионные, с учетом погрешностей датчиков, точность остается на приемлемом уровне, что подтверждает целесообразность применения комплексного алгоритма.

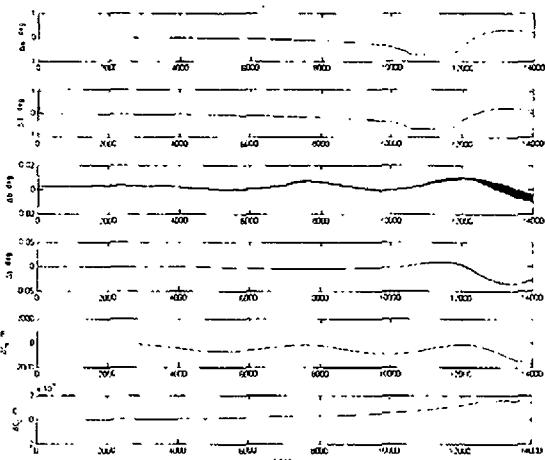


Рис. 5. Погрешности БИНС при прохождении ПО северного полюса с учетом погрешностей датчиков

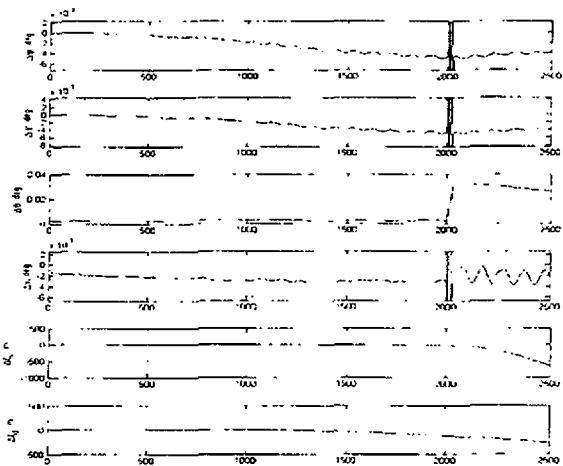


Рис. 6. Погрешности БИНС при выполнении мертвый петли с учетом погрешностей датчиков

**Заключение.** Показана приемлемая точность алгоритмов, предусматривающих переключение дифференциальных кинематических уравнений Эйлера с введенными членами коррекции на кватернионные как при отсутствии, так и при наличии погрешностей ДПИ, которые определены на основе их экспериментальных записей. При определении оценок шумовых параметров сигналов ДПИ (ВОГ ПНСК 40-018 и акселерометров АКП-2) использовалась вариация Аллана. Численно значения погрешностей датчиков составили следующие величины: сдвиг нулей ВОГ  $\Delta\omega_n = 0,005$  ( $i=1,2,3$ ) /час, погрешности масштабных коэффициентов  $\delta\omega_n = 8 \cdot 10^{-5}$  ( $i=1,2,3$ ), погрешности несимметрии статических характеристик ВОГ  $A\omega_n = 0,8 \cdot 10^{-6}$  ( $i=1,2,3$ ), шумы гироскопов с СКО  $2,3 \cdot 10^{-5}$  –  $6,6 \cdot 10^{-5}$  /с, сдвиги нулей акселерометров  $\Delta W_n = 4 \cdot 10^{-4}$  м/с<sup>2</sup>, погрешности их масштабных коэффициентов  $\delta W_n = 10^{-4}$  ( $i=1,2,3$ ), шумы акселерометров с СКО  $2,3 \cdot 10^{-4}$  –  $6,1 \cdot 10^{-4}$  м/с<sup>2</sup>.

С учетом погрешностей реальных датчиков при математическом моделировании были получены следующие результаты. При прохождении ПО через полюс оценки погрешностей определения координат местоположения объекта с помощью автономной БИНС составили в северном  $\Delta\xi_1 = 2,1$  км и восточном направлениях  $\Delta\xi_3 = 16,2$  км, а также по углу курса  $\Delta\Psi = 0,75^\circ$  за время  $t = 1,4 \cdot 10^4$  с. При выполнении мертвой петли погрешности определения координат местоположения объекта с помощью БИНС составили в северном  $\Delta\xi_1 = 0,63$  км и восточном направлениях  $\Delta\xi_3 = 0,3$  км, а также по углу курса  $\Delta\Psi = 5 \cdot 10^{-3}^\circ$  за время  $t = 2,5 \cdot 10^3$  с.

## Литература

1. Коркишко Ю.Н., Федоров В.А., Прилуцкий В.Е., Плотников П.К., Михеев А.В. Экспериментальные исследования ВОГ и акселерометров, анализ их параметров и прогнозирование погрешностей БИНС // Материалы XV СПб. международной конф. по интегрированным навигационным системам.- СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2008.- С.80-86.
2. Плотников П.К. Теория работы одной разновидности бесплатформенных инерциальных систем ориентации// Гироскопия и навигация.- 1999.- № 3. – С. 23-31.
3. Анучин О.Н., Емельянцев Г.И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. Л.: ЦНИИ «Электроприбор», 1999. –356 с.
4. Бранец В. И. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела / В. И. Бранец, И. Н. Шмыглевский. - М.: Наука, 1973. – 320 с.
5. Prince P.J., Dorman J.R. High order embedded Runge-Kutta formulae. J.Compr. Appl. Math. 1981. Vol. 7. pp. 67-75.